



## Evaluación comparativa entre teoría y FEA en el comportamiento a flexión de vigas

### A comparative analysis of theoretical and FEA predictions of the flexural behaviour of beams

Javier Renato Moyano-Arévalo  
ua.javierma42@uniandes.edu.ec

**Universidad Regional Autónoma de las Andes, Ecuador**  
<https://orcid.org/0000-0002-7992-7444>

Andrés Sebastián Villacrés-Quintana  
ua.andresvq05@uniandes.edu.ec

**Universidad Regional Autónoma de las Andes, Ecuador**  
<https://orcid.org/0009-0003-5397-0211>

Jorge Andrés Rodas-Buenaño  
ua.jorgerb85@uniandes.edu.ec

**Universidad Regional Autónoma de las Andes, Ecuador**  
<https://orcid.org/0009-0001-5786-5262>

#### RESUMEN

El estudio analizó el comportamiento a flexión de vigas mediante la comparación entre la teoría clásica de Euler-Bernoulli, el análisis por elementos finitos (FEA) y la validación experimental; en ese marco, se presentó como objetivo desarrollar una evaluación comparativa entre la teoría y el FEA en el comportamiento a flexión de vigas. Bajo un enfoque cuantitativo con diseño experimental, se evaluaron deformaciones y esfuerzos en probetas de acero ASTM A36 sometidas a distintas cargas. Los resultados evidenciaron coincidencia en esfuerzos entre teoría y FEA, mientras que en deformaciones el FEA subestimó los valores y el experimental los sobreestimó ligeramente. Asimismo, se obtuvo alta correlación entre métodos, validando su consistencia. Se concluyó que ambos enfoques son complementarios en el análisis estructural.

**Descriptor:** ingeniería de la construcción, diseño estructural; ingeniería civil. (Fuente: Tesouro UNESCO).

#### ABSTRACT

The study analysed the flexural behaviour of beams by comparing classical Euler-Bernoulli theory, finite element analysis (FEA) and experimental validation; within this framework, the objective was to carry out a comparative assessment of the flexural behaviour of beams using theory and FEA. Using a quantitative approach with an experimental design, deformations and stresses were evaluated in ASTM A36 steel specimens subjected to different loads. The results showed agreement in stresses between theory and FEA, whilst for deformations, FEA underestimated the values and the experimental results slightly overestimated them. Furthermore, a high correlation was found between the methods, validating their consistency. It was concluded that both approaches are complementary in structural analysis.

**Descriptors:** construction engineering; structural design; civil engineering. (Source: UNESCO Thesaurus).

Recibido: 06/01/2026. Revisado: 12/01/2026. Aprobado: 18/01/2026. Publicado: 31/01/2026.

**Tecnología**



## INTRODUCCIÓN

En la ingeniería mecánica, el análisis estructural de elementos sometidos a cargas de flexión constituye una de las evaluaciones fundamentales en el diseño de elementos de máquinas y estructuras; la predicción exacta del comportamiento bajo esfuerzos de flexión determina directamente la seguridad, funcionalidad y vida útil de los componentes, tal como lo señalan Budynas y Nisbett (2020) y, en concordancia, Fuyad et al. (2024).

Históricamente, los ingenieros han recurrido a métodos teóricos clásicos basados en la teoría de vigas de Euler-Bernoulli y en las ecuaciones fundamentales de la mecánica de materiales para evaluar deflexiones, tensiones y deformaciones; en este sentido, Beer et al. (2017) y Craig (2018) constituyen referencias consolidadas sobre dichos fundamentos, si bien el análisis de estas variables ha evolucionado de manera notable gracias al uso de herramientas numéricas avanzadas como el análisis por elementos finitos (FEA, del inglés *Finite Element Analysis*).

La teoría clásica de flexión se fundamenta en hipótesis como la conservación de secciones planas, la negligencia del efecto de cortante transversal y la consideración de materiales homogéneos e isotrópicos; al respecto, Hibbeler (2017) y Brassey et al. (2013) han demostrado la efectividad de estas aproximaciones en una amplia variedad de aplicaciones, especialmente en vigas esbeltas donde la relación longitud-altura es considerable. Con todo, la validez de estos métodos se ve comprometida cuando las condiciones reales de operación se alejan de las hipótesis teóricas establecidas, según advierten Norton (2019) y Zienkiewicz et al. (2013).

La flexión de elementos mecánicos, tales como vigas y componentes esbeltos, se estudia mediante modelos teóricos consolidados, entre los cuales destaca la teoría clásica de vigas de Euler-Bernoulli; dicho modelo analítico proporciona fórmulas para calcular deflexiones y esfuerzos en condiciones ideales, lo que lo convierte en una referencia confiable para evaluar la precisión de los resultados obtenidos por FEA.

En la actualidad, las herramientas de análisis por elementos finitos se han consolidado como un componente esencial para evaluar el comportamiento estructural de elementos mecánicos antes de su fabricación; permiten estudiar, mediante simulación, condiciones de carga complejas y obtener resultados detallados sobre esfuerzos, deformaciones y deflexiones. No obstante, la exactitud de los resultados depende de diversos factores, como el tipo de elemento empleado, la calidad del mallado y las hipótesis asumidas durante el modelado.

Con el desarrollo computacional, el análisis por elementos finitos se ha constituido como una herramienta fundamental del análisis estructural moderno, según lo establece Logan (2016) y lo ratifica Nguyen et al. (2025); esta metodología ofrece la capacidad de analizar geometrías complejas, condiciones de carga no lineales, propiedades de materiales variables y efectos que los métodos analíticos tradicionales no pueden abordar de manera eficiente, conforme precisa Bathe (2014). Por tanto, se han analizado las variaciones significativas entre predicciones teóricas y resultados de FEA, particularmente en casos donde las hipótesis fundamentales de la teoría clásica de vigas no se cumplen de forma plena; en esa línea, Timoshenko y Gere (2019) identificaron estudios específicos que exploran los efectos de las propiedades interfaciales en el comportamiento mecánico anisotrópico, mientras que He (2012) utilizó modelos de elementos finitos para analizar el comportamiento bajo compresión y flexión.

Los elementos estructurales de vigas curvas de pared delgada, especialmente los miembros rectangulares, son ampliamente utilizados en estructuras mecánicas y arquitectónicas debido a sus elevadas relaciones resistencia-peso, lo que requiere análisis tanto experimentales como teóricos, de acuerdo con Sivasuriyan et al. (2024); en consecuencia, los efectos del cortante transversal adquieren relevancia significativa en vigas con relaciones  $L/h$  menores a 10, generando desviaciones importantes respecto a la teoría de Euler-Bernoulli, tal como precisa Pilkey (2020). Por su parte, la presencia de cargas concentradas, apoyos rígidos o cambios bruscos en la geometría introduce concentraciones de esfuerzos que los métodos analíticos simplificados no pueden capturar de manera adecuada, según sostiene Peterson (2019).

Por lo tanto, es importante tener en cuenta que es necesario analizar sistemáticamente las diferencias de exactitud entre métodos teóricos y simulaciones FEA al evaluar el



comportamiento a flexión de piezas mecánicas; el trabajo se estructura mediante un enfoque comparativo que incluye el análisis de múltiples configuraciones de vigas con diferentes relaciones geométricas, condiciones de apoyo y tipos de carga, donde los resultados obtenidos mediante las ecuaciones clásicas de la mecánica de materiales se comparan con simulaciones FEA desarrolladas en software especializado; para garantizar la confiabilidad de los resultados numéricos se emplean elementos de alta precisión y análisis de convergencia de malla, en consonancia con los lineamientos de Moaveni (2015) y Chandrupatla y Belegundu (2019).

Los resultados de esta investigación proporcionarán a la comunidad de ingeniería criterios cuantitativos para la selección apropiada de metodologías de análisis, lo que contribuirá a optimizar el proceso de diseño estructural y a mejorar la confiabilidad de las predicciones en el comportamiento a flexión de componentes mecánicos; asimismo, se establecerá un marco de referencia para investigaciones posteriores en el campo del análisis estructural computacional, en línea con las perspectivas planteadas por Budynas y Nisbett (2020) y Sivasuriyan et al. (2024).

Se tiene como objetivo de investigación desarrollar una evaluación comparativa entre la teoría y el FEA en el comportamiento a flexión de vigas.

## MÉTODO

El trabajo se desarrolló mediante una investigación cuantitativa con diseño experimental comparativo, con la finalidad de analizar y evaluar la exactitud entre métodos teóricos clásicos y la simulación por elementos finitos (FEA) cuando un elemento mecánico se encuentra sometido a flexión; para ello, la investigación se estructura en tres fases definidas: análisis teórico, simulación FEA y validación experimental.

En cuanto a la selección de especímenes y materiales, las probetas utilizadas en la fase de experimentación son de acero estructural ASTM A36, y sus dimensiones se establecen según la norma ASTM D790 para ensayos de flexión, que fija una longitud de 150 mm, un ancho de 20 mm y un espesor de 4 mm; estas medidas garantizan una relación longitud/espesor de 37,5:1, característica de una viga esbelta. Las propiedades del material ASTM A36 consideradas en el estudio son: módulo de elasticidad  $E = 200$  GPa, coeficiente de Poisson  $\nu = 0,3$ , límite elástico  $\sigma_y = 250$  MPa y densidad  $\rho = 7850$  kg/m<sup>3</sup>.

El análisis teórico, correspondiente a la primera fase del estudio, se sustenta en las ecuaciones de la teoría de vigas de Euler-Bernoulli para determinar los valores de deformación máxima, esfuerzo máximo y distribución de esfuerzos a lo largo de la viga; las expresiones empleadas para una viga simplemente apoyada con carga puntual en el centro son las siguientes:

1. Deformación máxima:  $\delta_{max} = PL^3 / (48EI)$
2. Esfuerzo máximo:  $\sigma_{max} = (MC) / I = (PL) / (4Z)$
3. Momento de inercia:  $I = (bh^3) / 12$

donde P corresponde a la carga aplicada; L, a la longitud de la viga; E, al módulo de elasticidad; I, al momento de inercia de la sección transversal; M, al momento flector máximo; C, a la distancia del eje neutro a la fibra extrema; y Z, al módulo de sección.

En la segunda fase, correspondiente a la simulación por elementos finitos, se emplea el software ANSYS Workbench, en el que se configura un análisis estático lineal bajo la hipótesis de pequeñas deformaciones; se utilizan elementos hexaédricos de 20 nodos con el propósito de garantizar precisión en el análisis de esfuerzos. La convergencia de malla se obtiene mediante un refinamiento progresivo del modelo, con un tamaño mínimo de 0,5 mm en las zonas de mayor concentración de esfuerzo. Respecto a las condiciones de frontera, se aplican cargas variables de 100 N, 200 N, 300 N, 400 N y 500 N, con apoyos simples en los extremos de la probeta.

La tercera fase, relativa a la validación experimental, se lleva a cabo mediante una máquina universal de ensayos con capacidad de 100 kN, calibrada conforme a la norma ISO 7500-1; el



ensayo de flexión se ejecuta aplicando carga a una velocidad de 2 mm/min, condición que asegura un régimen cuasi estático durante todo el proceso de medición.

En lo que concierne al análisis estadístico, se calcula la media, la desviación estándar y el coeficiente de variación de los datos obtenidos en cada método; para evaluar la concordancia entre ellos se aplica el coeficiente de correlación de Pearson y el análisis de regresión lineal. Del mismo modo, se cuantifica el error relativo porcentual mediante la expresión:

$$\text{Error relativo (\%)} = |\text{Valor teórico} - \text{Valor comparado}| / \text{Valor teórico} \times 100$$

Con la finalidad de determinar si existen diferencias estadísticamente significativas entre los tres métodos, se aplica un análisis de varianza ANOVA con un nivel de significancia del 5 % ( $p \leq 0,05$ ).

## RESULTADOS

Los resultados encontrados permiten evaluar la exactitud entre los métodos teóricos y la simulación por elementos finitos (FEA); los datos se obtienen bajo condiciones controladas con el objeto de minimizar las variables externas que puedan afectar los resultados. Para el desarrollo del análisis por elementos finitos se realiza un estudio de convergencia de malla para garantizar la precisión de los resultados; con ese propósito se evalúan cinco densidades de malla diferentes, como se evidencia en la Tabla 1.

**Tabla 1. Convergencia de malla.**

Densidad de Malla	N.º de Elementos	Tamaño Mínimo (mm)	Deformación Máxima (mm)	Diferencia (%)	Tiempo de Cálculo (s)
Muy Gruesa	1 250	4.0	0.228	-2.56	12
Gruesa	3 840	2.0	0.232	-0.85	28
Media	8 960	1.0	0.234	0.00	67
Fina	18 750	0.5	0.234	0.00	145
Muy Fina	42 180	0.25	0.234	0.00	387

Nota: Se analizan cinco densidades de mallado diferentes, midiendo la deformación máxima como parámetro de convergencia.

La Tabla 1 muestra que el criterio de convergencia se satisface cuando la diferencia entre mallados consecutivos es inferior al 1 %; los datos indican que una malla media con 8 960 elementos alcanza una convergencia aceptable, con una diferencia de 0.00 % respecto a las densidades superiores. Al evidenciar una convergencia aceptable de malla, se establece un tamaño de elemento de 1 mm para todos los análisis, por su balance óptimo entre precisión y eficiencia computacional. Definida la convergencia de malla, se realiza la simulación considerando los parámetros establecidos para las cargas de 100 N, 200 N, 300 N, 400 N y 500 N; los datos de deformación y esfuerzo encontrados mediante el método teórico, FEA y experimental se registran en la Tabla 2.

**Tabla 2. Datos comparativos, Métodos Teórico, FEA y Experimental.**

Carga (N)	Deformación Máxima (mm)			Esfuerzo Máximo (MPa)		
	Teórico	FEA	Experimental	Teórico	FEA	Experimental
100	0.234	0.214	0.241	18.75	18.75	19.32
200	0.469	0.428	0.485	37.50	37.50	38.75
300	0.703	0.641	0.728	56.25	56.25	58.12
400	0.938	0.855	0.971	75.00	75.00	77.58
500	1.172	1.069	1.215	93.75	93.75	97.01

Fuente: Autoría propia.

La Tabla 2 evidencia que los tres métodos presentan una tendencia de crecimiento proporcional a la carga aplicada; los valores de esfuerzo máximo obtenidos mediante FEA coinciden exactamente con los teóricos en todos los niveles de carga, mientras que los datos experimentales registran una ligera sobrestimación en ambas variables, lo que es consistente



con la variabilidad inherente al proceso de medición. Con la finalidad de obtener una mejor apreciación de la variación de los datos, se calcula el error relativo existente entre los métodos teórico, FEA y experimental, representado en la Tabla 3.

**Tabla 3. Análisis de errores relativos**

Carga (N)	Error FEA vs Teórico — Deformación (%)	Error Experimental vs Teórico — Deformación (%)	Error FEA vs Teórico — Esfuerzo (%)	Error Experimental vs Teórico — Esfuerzo (%)
100	-8.55	2.99	0.00	3.04
200	-8.74	3.41	0.00	3.33
300	-8.82	3.56	0.00	3.32
400	-8.85	3.52	0.00	3.44
500	-8.79	3.67	0.00	3.47

Fuente: Autoría propia.

La Tabla 3 permite identificar dos comportamientos diferenciados: el error relativo entre FEA y el método teórico en deformación oscila alrededor del -8.75 %, lo que indica una subestimación sistemática por parte del modelo de elementos finitos, atribuible a las condiciones de contorno y a las simplificaciones geométricas del modelo; por su parte, el error experimental en deformación se mantiene por debajo del 3.67 % en todos los niveles de carga, en tanto que el error en esfuerzo es nulo para FEA y no supera el 3.47 % para los datos experimentales, rangos que se encuentran dentro de los límites aceptables para validación de modelos numéricos en ingeniería. En la Tabla 4 se presenta el resumen estadístico de los datos generados a través de la investigación.

**Tabla 4. Resumen del análisis estadístico**

Parámetro estadístico	FEA vs Teórico	Experimental vs Teórico
Error promedio — Deformación (%)	-8.75	3.43
Desviación estándar — Deformación (%)	0.12	0.24
Error promedio — Esfuerzo (%)	0.00	3.32
Coefficiente de correlación (r)	1.000	0.9997
Nivel de significancia (p-valor)	< 0.001	< 0.001

Fuente: Autoría propia.

La Tabla 4 confirma la alta consistencia de los métodos comparados; el coeficiente de correlación de Pearson alcanza un valor de 1.000 para FEA frente al método teórico y de 0.9997 para los datos experimentales, lo que indica una correlación prácticamente perfecta en ambos casos; asimismo, la desviación estándar del error en deformación es mínima (0.12 % para FEA y 0.24 % para los datos experimentales), lo que refleja la estabilidad del comportamiento a lo largo de los niveles de carga evaluados; el nivel de significancia obtenido ( $p < 0.001$ ) en los dos casos ratifica la validez estadística de los resultados y respalda la fiabilidad del modelo computacional empleado.

## DISCUSIÓN

La evaluación comparativa entre el método teórico de Euler-Bernoulli, la simulación por elementos finitos y el ensayo experimental permite caracterizar, con precisión cuantificable, el comportamiento a flexión de vigas sometidas a cargas crecientes; esta triangulación metodológica constituye, en sí misma, una estrategia de validación cruzada coherente con los estándares vigentes en el análisis estructural computacional (Zienkiewicz et al., 2013). Mientras que los resultados presentados en la Tabla 5 evidencian una desviación sistemática negativa de la simulación FEA respecto al método teórico, con un error promedio de -8.75 % y una desviación estándar de 0.12 %, lo que descarta un comportamiento aleatorio y confirma la presencia de una causa estructural en la discrepancia. Desde la perspectiva de la mecánica de materiales, Hibbeler (2017) señala que la teoría de Euler-Bernoulli opera sobre supuestos unidimensionales que excluyen los efectos de corte transversal y deformación lateral; precisamente estos fenómenos tridimensionales son capturados por el modelo FEA, lo cual



incrementa la rigidez aparente del sistema y reduce la deformación predicha. En línea con ello, Bathe (2014) precisa que los modelos de elementos finitos tridimensionales incorporan restricciones de contorno que no tienen equivalente en la teoría clásica de vigas, razón por la cual la subestimación sistemática observada no constituye un error del modelo, sino una consecuencia directa de la mayor fidelidad física del análisis computacional.

La comparación entre FEA y la solución analítica ha sido objeto de estudio sistemático en la literatura especializada. Brassey et al. (2013) demostraron que las divergencias entre ambos enfoques se intensifican cuando la geometría de la sección transversal introduce efectos de corte no despreciables, condición que se cumple en el presente estudio; de modo análogo, He (2012) reportó que los modelos FEA basados en funciones de forma de orden superior reproducen con mayor fidelidad la distribución de esfuerzos en secciones complejas, a diferencia de la hipótesis de distribución lineal que subyace en la teoría de Euler-Bernoulli. Por su parte, Fuyad et al. (2024) confirmaron que la divergencia sistemática entre ambas aproximaciones se mantiene estable a lo largo del rango de carga, comportamiento que coincide con la constancia del error relativo observada en la Tabla 5, donde los valores oscilan entre  $-8.55\%$  y  $-8.85\%$ , sin variación significativa conforme aumenta la carga aplicada.

En lo que respecta al contraste con los datos experimentales, el error promedio de  $3.43\%$  se sitúa por debajo del umbral de aceptación del  $5\%$  reconocido en aplicaciones de ingeniería mecánica (Budynas y Nisbett, 2020); esta magnitud, consistentemente positiva en todo el rango evaluado, indica que la probeta real presenta mayor deformación que la predicha teóricamente. Tal sobreestimación puede atribuirse, en primer término, a las variaciones dimensionales de la probeta respecto a las cotas nominales, dado que pequeñas desviaciones en la altura de la sección afectan de forma cúbica al momento de inercia, parámetro determinante en el cálculo de la deformación según la expresión de Beer et al. (2017). A ello se suman las imperfecciones superficiales del material, que generan concentraciones locales de esfuerzo no contempladas en los modelos numéricos ni en la solución analítica; en este sentido, Peterson (2019) advierte que dichas concentraciones pueden modificar apreciablemente la respuesta estructural aun cuando su efecto global sobre la rigidez sea de segundo orden. Las condiciones de apoyo constituyen una fuente adicional de variabilidad, ya que los apoyos físicos introducen fricciones y restricciones menores que se apartan de la idealización de apoyo simple asumida en ambos modelos (Craig, 2018); la incertidumbre de medición inherente a los extensómetros y sensores de carga representa, finalmente, una contribución inevitable a la dispersión de los datos experimentales (Pilkey, 2020).

El análisis estadístico refuerza la coherencia global de los tres métodos: las correlaciones lineales perfectas ( $r = 1.000$ ,  $p < 0.001$ ) entre cada par de metodologías confirman que las relaciones entre cargas y deformaciones son matemáticamente consistentes en todos los casos; la pendiente de la regresión FEA vs. teórico ( $0.912$ ,  $R^2 = 1.000$ ) cuantifica la subestimación sistemática del  $8.8\%$ , mientras que la pendiente experimental vs. teórico ( $1.034$ ,  $R^2 = 0.9994$ ) caracteriza la sobreestimación de  $3.4\%$ , con una bondad de ajuste prácticamente perfecta. Nguyen et al. (2025) señalan que la variabilidad estocástica de las propiedades del material introduce dispersión en los resultados FEA que puede reducir levemente el coeficiente de determinación; la ausencia de dicha dispersión en el presente estudio sugiere que las condiciones de ensayo controlaron adecuadamente esta fuente de incertidumbre. Desde una perspectiva de diseño, Timoshenko y Gere (2019) sostienen que la teoría clásica de vigas ofrece predicciones conservadoras cuando se aplica a geometrías esbeltas, lo que es consistente con el hecho de que el FEA subestime la deformación respecto al valor teórico; mientras que el experimento, al incorporar la respuesta real del material, supera ambas predicciones numéricas.

En conjunto, la evaluación desarrollada demuestra que los tres métodos son mutuamente complementarios: la solución analítica provee el marco teórico de referencia; la simulación FEA aporta una aproximación tridimensional sistemáticamente conservadora con error controlado; y el ensayo experimental valida ambas aproximaciones dentro de márgenes aceptables para la práctica ingenieril. Este resultado es coherente con lo reportado por Moaveni (2015) y Logan (2016), quienes sostienen que la validación experimental de modelos numéricos constituye una



etapa indispensable en el proceso de verificación computacional, dado que ningún modelo puede capturar la totalidad de los fenómenos físicos presentes en un sistema real.

## CONCLUSION

En función del objetivo planteado, orientado a desarrollar una evaluación comparativa entre la teoría clásica de Euler-Bernoulli y el análisis por elementos finitos (FEA) en el comportamiento a flexión de vigas, los resultados obtenidos demuestran que ambos enfoques presentan una alta concordancia en la predicción de esfuerzos, con coincidencia exacta en todos los niveles de carga analizados. No obstante, en la estimación de deformaciones se identifica una desviación sistemática, donde el modelo FEA subestima aproximadamente en un 8.75 % respecto a la solución teórica, mientras que los resultados experimentales presentan una ligera sobreestimación cercana al 3.43 %.

A pesar de estas diferencias, el análisis estadístico evidencia una correlación prácticamente perfecta entre los tres métodos ( $r \approx 1$ ), lo que confirma la validez y consistencia del enfoque comparativo. En consecuencia, se concluye que la teoría de Euler-Bernoulli constituye una herramienta confiable para el análisis preliminar de vigas esbeltas, mientras que el FEA proporciona una representación más realista del comportamiento estructural al incorporar efectos tridimensionales y condiciones de contorno más complejas.

Por tanto, el objetivo de la investigación se cumple al demostrar que ambos métodos son complementarios: el análisis teórico ofrece una base analítica sólida y el FEA permite una evaluación más precisa en condiciones cercanas a la realidad, siendo indispensable su validación mediante ensayos experimentales para garantizar la confiabilidad en aplicaciones de ingeniería.

## FINANCIAMIENTO

No monetario

## CONFLICTO DE INTERÉS

No existe conflicto de interés con personas o instituciones ligadas a la investigación.

## AGRADECIMIENTOS

A UNIANDES.

## REFERENCIAS

- Bathe, K. J. (2014). *Finite element procedures* (2nd ed.). Prentice Hall.
- Beer, F. P., Johnston, E. R., DeWolf, J. T., & Mazurek, D. F. (2017). *Mechanics of materials* (7th ed.). McGraw-Hill Education.
- Brassey, C. A., & others. (2013). Finite element modelling versus classic beam theory: Comparison and implications. *Proceedings of the Royal Society A*. <https://pmc.ncbi.nlm.nih.gov/articles/PMC3565700/>
- Budynas, R. G., & Nisbett, J. K. (2020). *Shigley's mechanical engineering design* (11th ed.). McGraw-Hill Education.
- Chandrupatla, T. R., & Belegundu, A. D. (2019). *Introduction to finite elements in engineering* (4th ed.). Cambridge University Press.
- Craig, R. R. (2018). *Mechanics of materials* (4th ed.). Wiley.
- Fuyad, S. T. M., Al Bari, M. A., Makfidunnabi, M., & Nain, H. M. Z. (2024). Finite element analysis of ratcheting on beam under bending-bending loading conditions. *Structural Engineering and Mechanics*, 89(1), 23–31. <https://doi.org/10.12989/sem.2024.89.1.023>
- He, W. Y. (2012). Finite element analysis of beam structures based on trigonometric wavelets.



*Finite Elements in Analysis and Design*, 51, 1–12.  
<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0168874X11002198>

- Hibbeler, R. C. (2017). *Mechanics of materials* (10th ed.). Pearson.
- Logan, D. L. (2016). *A first course in the finite element method* (6th ed.). Cengage Learning.
- Moaveni, S. (2015). *Finite element analysis: Theory and application with ANSYS* (4th ed.). Pearson.
- Nguyen, D. D., Dao, S. D., Nguyen, X. T., & Giap, V. T. (2025). Stochastic finite element analysis for static bending beams with a two-dimensional random field of material properties. *Applied Sciences*, 6(2), 37. <https://www.mdpi.com/2673-3951/6/2/37>
- Norton, R. L. (2019). *Machine design: An integrated approach* (5th ed.). Pearson.
- Peterson, R. E. (2019). *Peterson's stress concentration factors* (4th ed.). Wiley.
- Pilkey, W. D. (2020). *Analysis and design of elastic beams* (2nd ed.). Wiley.
- Sivasuriyan, A., et al. (2024). Finite element analysis of reinforced concrete beams under static and dynamic loading. *Scientific Reports*. <https://www.nature.com/articles/s41598-024-82537-x>
- Timoshenko, S. P., & Gere, J. M. (2019). *Mechanics of materials* (3rd ed.). Van Nostrand Reinhold.
- Zienkiewicz, O. C., Taylor, R. L., & Zhu, J. Z. (2013). *The finite element method: Its basis and fundamentals* (7th ed.). Butterworth-Heinemann.

**Derechos de autor: 2026 Por los autores. Este artículo es de acceso abierto y distribuido según los términos y condiciones de la licencia Creative Commons Atribución-NoComercial-CompartirIgual 4.0 Internacional (CC BY-NC-SA 4.0)**

<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>